

Croatian Journal of Education  
Vol.16; Sp.Ed.No. 3/2014, pages: 211-237  
Review paper  
Paper submitted: 10<sup>th</sup> January 2013  
Paper accepted: 28<sup>th</sup> March 2013

# Mathematics Textbook as an Object of Research

Dubravka Glasnović Gracin  
Faculty of Teacher Education, University of Zagreb

## Abstract

*A mathematics textbook can be described as an officially authorized and pedagogically designed mathematics book written to provide mathematical knowledge to students. This description suggests the authority of the textbook - because it has been authorized by an administrative source and because it deals with authorized knowledge. This paper provides an overview of research on mathematics textbooks. The emphasis is on questions concerning the extent and the manner in which textbooks are used in mathematics education in Croatia and in the world.*

*Research results show that mathematics textbooks are widely used in mathematics education worldwide. This finding points to the need for research on the content and structure of textbooks. Such studies are combined with the associated results on how textbooks are used in the classroom and which methods teachers apply in using textbooks in mathematics education. The results of the empirical studies show that teachers use textbooks for lesson preparation and pupils use mathematics textbooks for exercises to a great extent. These results imply that such an important role of textbooks in mathematics education deserves additional attention, with the goal of understanding and improving mathematics education.*

**Key words:** *mathematics education; overview; research on textbook.*

## Introduction

Mathematics education has always been a very complex system and it is consequently difficult to know what is actually being taught in the classroom. Nevertheless, what is taught can be identified by using a variety of research methods, such as analysis of the curricular requirements, or researching the requirements in the materials used in mathematics education (such as textbooks, worksheets and e-materials). Classroom observation and interviews can also help in obtaining a real picture of mathematics

education. Since mathematics textbooks play an important role in mathematics education, it is worth researching the relevant available literature in the field of research on mathematics textbooks.

## **Mathematics Textbooks**

Stray (1994) defines the textbook as “(...) a book designed to provide an authoritative pedagogic version of an area of knowledge” (p. 2). By writing other books (non-textbooks), the author’s pedagogical intention is marginal, and that is the difference between a book and a textbook. Thus “(...) textbooks are the bearers of messages that are multiply-coded. The coded meanings of a field of knowledge in them (what is to be taught: for example, Latin grammar) are combined with those of pedagogy (the way it was supposed to be taught and learned)” (Stray, 1994, p. 2).

De Castell, Luke, and Luke (1989) describe textbooks as “an officially sanctioned, authorized version of human knowledge and culture to each generation of students” (p. vii). These definitions imply the authority of the textbook, since the material they contain provides students with authorized information.

Pepin and Haggarty (2001) put emphasis on the textbook as being a connection between school and relevant knowledge: “textbooks are an important way to connect knowledge domains to school subjects” (p. 159).

In Croatian pedagogical literature, the term “textbook” (*udžbenik*) is always closely related to the school context. Poljak (1980) defines textbook as a basic schoolbook, written on the basis of the prescribed school programme, a book that is almost daily used by pupils in their education and

that is didactically shaped with the purpose of more rational, more economical and more effective process of education (p. 29). In the current official Act on Textbooks of the Republic of Croatia (*Zakon o udžbenicima za osnovnu i srednju školu*, 2010) the textbook is described as an educational resource intended to be used by students as one of the sources of knowledge employed in order to achieve the educational aims of a given curriculum.

Thus, the textbook is a very important source of relevant knowledge, and should give the reader the firm guarantee of the relevance of the contents, the methodical approach and suitability to the intellectual capabilities of students of a particular age.

A textbook package can contain various materials, such as books, worksheets, exercise books, software, e-materials, etc.: “In a broad sense it can be a complex package of materials. It can include books, booklets, work cards and worksheets. But it can also have associated material like teachers’ guides or computer software” (Johansson, 2003, p. 20). Love and Pimm (1996) mention “various other resources – supplementary booklets or work-cards, apparatus, computer software” (p. 385), but also teacher’s guides, answer books, worksheets, grid paper, audio-visual material and computer software. These authors claim that textbooks today cannot be separated from these additional materials.

According to the above definitions of a textbook, a *mathematics* textbook could be described as an officially authorized and pedagogically designed mathematics book written to provide mathematical knowledge to students.

Like all school subjects, mathematics has its own specific characteristics. It follows, then, that mathematics textbooks also have characteristics that differ from other school textbooks. Ovčar (2001) writes about the specifics of mathematics textbooks and emphasizes that it is particularly important for mathematics textbooks to present the contents in a very systematic way. In addition, it is a feature of mathematics education that new mathematical content has its origin in the previously learned content. Therefore, the authors of mathematics textbooks should pay great attention to the content order, as well to the intellectual capabilities of the students' age group. To ensure lasting knowledge, many different exercises and problem-solving activities are common in mathematics education. Thus, mathematics textbook packages often contain books, exercise books, worksheets, software, etc. All of these materials should be didactic in form and correspond to the definitions and explanations of the term *textbook* as described above.

Some mathematics textbooks are organized in a way that they contain an exercise book integrated into the main textbook. Other textbook packages include a book (called a textbook, *udžbenik*) where only mathematical instruction with solved exercises is given, and a separate exercise book (*zbirka zadataka*) with numerous problems under the same headings that are found in the "main" textbook. In this text, the term *mathematics textbook* encompasses the whole textbook package, whether the exercise book is given separately from the *main textbook* or not.

## The Authority of Mathematics Textbooks

The definitions of textbook and mathematics textbook suggest the authority both of textbooks in general and of mathematics textbooks. We can talk about the authority of the textbook because it has been authorized by an administrative source and because it deals with authorized knowledge.

Pepin and Haggarty (2001) describe two kinds of mathematics textbook authority: "authority associated with the mathematics; and authority over negotiation of the text" (p. 164). This refers to the authority of the mathematics content itself and the authority of given methods, sequencing and the authority of the written text.

In addition, textbooks, together with teachers as mediators of the text, constitute "one authoritative identity" (Luke, de Castell, Fraser, & Luke, 1989, p. 258). Therefore, teachers give the text even more significance and authority through their attitude towards it. At the same time, students have a passive and non-authoritative status in relation to the textbook and the teacher. More information about authority and textbooks may be found in De Castell et al. (1989) and Johansson (2006).

There are further reasons why textbooks have an authoritative character. In some countries, the fact that textbooks are the school's property lends the textbook

additional authority. Pepin and Haggarty (2001) describe different ways of textbook provision in England, France and Germany. In Croatia, textbooks are traditionally purchased by parents, except for a short period from 2006 to 2008 when the Ministry of Science, Education and Sports provided free textbooks for all pupils in Croatia.

## **The Use of Mathematics Textbooks**

Research results show that mathematics textbooks are used to a great extent in mathematics education all over the world (Robitaille & Garden, 1989). The results of Millett and Johnson (1996) confirm the wide usage of mathematics textbooks in mathematics education in English classrooms. Apple (1986), Stodolsky (1989) and Chavéz-López (2003) write about the extensive use of textbooks in the United States. Research in Germany (Hopf, 1980) shows that textbooks are used extensively in German mathematics education as well. In an international study, which was part of the project Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), Schmidt et al. (1996) noticed heavy reliance on the textbook in some countries, such as Norway and Spain. The research results of Glasnović Gracin and Domović (2009) show that textbooks are used to a great extent in mathematics education in Croatia. Fan and Zhu (2002) also conclude that textbooks are the most important resources for mathematics teachers in Singapore, although Singaporean teachers use other materials as well. The paper by Pepin and Haggarty (2001) shows that mathematics textbooks are used extensively in German, English and French classrooms, although in different ways. Johansson (2003, 2006) confirms the central role of mathematics textbooks in mathematics education in Sweden: “The inspectors found that the teaching of mathematics relies on the use of textbooks, more than any other subject” (2006, p. 1). Brändström (2005) reached a similar conclusion.

These are some of the recent results on the use of mathematics textbooks all over the world; but interest in this topic goes back a long way. Chávez-López (2003) gives a historical review of the research in this area in the United States.

All these findings raise the question about *why* mathematics textbooks are being used to such an extent in mathematics education. There are many possible reasons for this. Love and Pimm (1996) highlight the security and convenience for teachers that mathematics textbooks provide: “There is a good deal of evidence that many teachers like the security and freedom from responsibility that a text series provides” (p. 384).

Johansson (2006) mentions that textbooks facilitate the teacher’s work, they guarantee mathematical knowledge and exercises for students, and are consistent with the school system, but they reduce “both freedom and responsibility of the teachers” (p. 28).

The extensive use of mathematics textbooks in education poses other important questions related to how to properly analyze the content of mathematics textbooks, and how to research their role in mathematics education.

Gilbert (1989) discusses this problem, and Pepin and Haggarty (2001) conclude that “...textbooks should be analyzed both in terms of their content and structure, as

well as in terms of the process component, i.e. their use in classrooms by pupils and teachers” (p. 160).

Besides a comprehensive review of the relevant literature and results in the field of analysis and research on mathematics textbooks, Pepin and Haggarty (2001) provide a systematization of research on the use of textbooks through six main domains: (1) whether textbooks are used or not; (2) the authority of textbooks; (3) who uses the textbooks and who decides who uses the textbooks; (4) how textbooks are used, who decides how they are used and what teachers value about textbooks; (5) the teacher as the mediator of the text; (6) educational traditions as a potential influence of what happens in classrooms.

## Research on Textbook Content and Structure

The fact that mathematics textbooks are used to such an extent in mathematics education throughout the world points inevitably to the need for research on the content and structure of textbooks: “If it is true that ‘mathematics is for teachers and students simply what is written in the textbooks,’ then it is important to know what is written in the textbook” (Johansson, 2003, p. 1).

Pepin and Haggarty (2001) give “four main areas according to which textbooks have been analyzed in terms of their content and structure” (p. 160). These are the mathematical, pedagogical, sociological intentions of textbooks, and the cultural traditions represented in textbooks.

Van Dormolen (1986) suggests several aspects of mathematical texts for analysis. These are the theoretical aspect, the algorithmic aspect, the logical aspect, the methodological aspect, and the communicative aspect. The theoretical aspect refers to the theorems, definitions, etc., while the algorithmic aspect means the extent to which the procedural steps exist in the mathematics text. The logical aspect “gives us information about the way we are or are not allowed to handle theory” (p. 148). The methodological aspect refers to the existence of heuristic intentions in the text, and the communicative aspect emphasizes conceptions or the way something is written in an appropriate manner.

Rezat (2009) researched the structure of German mathematics textbooks, with a detailed analysis of the design of the textbook structure. Love and Pimm (1996) carried out text analysis according to various parameters. They say that “the exposition – examples – exercises model” is the most common way of organizing text in mathematics textbooks (p. 386). *Exposition* refers to the parts where the author presents the subject matter. *Examples* offer students a model to be implemented in the following exercises. *Exercises* refer to various problems that students should solve and thus be active readers of the text. The problems are usually graded from simple to more complex. Brändström (2005) conducted analysis according to differentiation in the textbook problems. Li (2000) created a structure for analyzing examples and problems in mathematics textbooks related to their mathematical, contextual and

performance features. The problem answers were classified into: numerical answers; numerical expressions; and answers that required explanations. This analysis was carried out on American and Chinese middle school mathematics textbooks. The results of the comparison show that American textbook problems place greater emphasis on the conceptual understanding of mathematical ideas, compared to the problems in Chinese textbooks. On the other hand, Chinese problems are found to be more advanced in some areas. However, in terms of complexity and contextual characteristics, the problems were at a similar level. Li (2000) finds such international content comparisons very important and useful.

Many other authors have made an international comparison of textbook content and structure from different educational systems (e.g. Howson, 1995; Harries & Sutherland, 1999; Pepin & Haggarty, 2001; Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt, & Houang, 2002). The research results on the structure of English, German and French mathematics textbooks are given in Pepin and Haggarty (2001). French textbook lessons are mostly divided into three parts (*activités*, *l'essentiel* and *exercices*). *Activités* refer to small investigations that should introduce pupils to new concepts.

“The part that distinguishes French from English and German textbooks is, amongst other factors, the *activités* (small investigations) part. In German textbooks, after a short section with selected introductory exercises and the main ‘message’ or formula followed by worked examples, the majority of the sections consist of exercises. English textbooks also offer mainly exercises, interspersed with some points of explanation and worked examples” (Pepin & Haggarty, 2001, p. 167).

But, since the textbook content depends on the curriculum, research should be carried out both in the field of curriculum and textbook analysis. The textbooks could be considered as a representation of the curriculum, since the mathematical content in textbooks follows the prescribed curriculum of the particular state (Schmidt, McKnight, Valverde, Houang, & Wiley, 1997). Related to this, some educational research has focused on the relation between textbooks and the curriculum (e.g. Howson, 1995; Millett & Johnson, 1996; Remillard, 2000; Johansson, 2003, 2006).

Textbook content can also be researched according to student achievement in an international test or assessment, or according to the test content (Chandler & Brosnan, 1995; Törnroos, 2001, 2005). Chandler and Brosnan (1995) analyzed the content of the seven US mathematics textbook series for grades 1 to 8 and compared the results to the content of the proficiency test. Glasnović Gracin (2011) compared the requirements from mathematics textbooks in Croatia with those from the Programme for International Student Assessment (PISA) in the domain of mathematical literacy.

Besides the above-mentioned research into mathematical content, structure, relations to the curriculum, etc., mathematics textbooks can be explored in another interesting way: Valverde et al. (2002) studied mathematics and science textbooks from many countries according to their physical characteristics, such as total page

number and surface area of all pages, or the amount of graphics in them. De Castell et al. (1989) discussed textbooks and their linguistic characteristics, and Dowling (1996) researched the sociological features of mathematics textbooks in Great Britain. Love and Pimm (1996) talked about the images in mathematics texts: "Mathematics texts are increasingly adopting visual conventions from popular forms: hands, speech bubbles, cartoons, magazine-style layout" (p. 382).

## How Textbooks are Used in Classrooms

All these content and structure analyses, however, do not give a complete picture of the role of textbooks in mathematics education. This research should be combined with associated results on *how* textbooks are used in the classroom and the methods applied by teachers in using textbooks in mathematics education.

Ewing (2004) presents a review of research related to textbook use in mathematics classrooms. Johansson (2005) provides a systematization framework on the previous research results on textbook use in mathematics education (p. 2). She divides the research results (Freeman & Porter, 1989; Schmidt et al., 2001; Reys, Reys, Lapan, Holliday, & Wassman, 2003) into five statement fields and supports them with relevant sources: (1) mathematical topics in textbooks are most likely presented by the teachers; (2) mathematical topics not included in textbooks are most likely not presented by the teachers; (3) teachers' pedagogical strategies are often influenced by the instructional approach of the material; (4) teachers' sequence of instruction are often parallel to that of the textbook; and (5) teachers report that textbooks are a primary information source in deciding how to present mathematical content.

Pepin and Haggarty (2001) observed textbook use in German, English and French classrooms:

"Across the three countries, to a greater or lesser extent, textbooks were used for three kinds of activities: for teaching in order to lay down rules and conditions; for explaining the logical processes and going through worked examples; and for the provision of exercises to practice. Teachers in all three countries emphasized the use of textbooks for exercises" (p. 168).

Johansson (2006) observed classroom activities in Sweden. She concluded that textbooks influence the examples presented in the classroom, discussions, and the presentation of mathematical knowledge. In addition, textbooks were used for students' individual work and for homework.

The results of empirical studies showed that teachers use textbooks to a great extent for *lesson preparation* (Hopf, 1980; Bromme & Hömberg, 1981; Pepin & Haggarty, 2001; Valverde et al., 2002; Chavéz-López, 2003). On the other hand, pupils use textbooks for exercises (Sosniak & Perlman, 1990; Pepin & Haggarty, 2001; Johansson, 2006; Glasnović Gracin & Domović, 2009). Pepin and Haggarty (2001) presented results in which English, German and French teachers considered the exercises to be the most



important part of the textbook. They decide what textbook to use according to the variety and quality of exercises in a particular book.

Freeman and Porter (1989) described the observed relation between teachers' use of textbooks and the textbook content. In a comprehensive study, they distinguished three styles of textbook use by teachers observed in US classrooms: textbook bound, focus on the basics, and focus on district objectives. "Textbook bound" means that the teachers followed the textbook page by page, "focus on the basics" means that the teacher only taught lessons according to basic mathematics ideas, and "focus on district objectives" means that a certain number of teachers relied on the topic suggestions provided by the particular district. Interestingly, the authors found that teachers who followed the textbook closely put more emphasis on the conceptual understanding of their students.

It has already been said that the teacher's role as a *mediator* between the text and the pupils is very important and this has been well discussed among authors (Van Dormolen, 1986; Luke et al., 1989; Sosniak & Perlman, 1990; Love & Pimm, 1996; Pepin & Haggarty, 2001). The teacher is the one who decides which textbook to use, when and how to use it, which parts to use and in what order, when and to what extent the students will work with the text, and so on. Although the authority of mathematics textbooks is unquestionable, still the mathematical educational praxis mostly depends on the teacher's interpretations of the text and on the teacher's intentions. This is not a new phenomenon. Traditionally and historically, using textbooks and teaching according to the text (i.e. the teacher as a mediator of the text) has always been the teacher's function (Luke et al., 1989). Textbook authors often attempt to present their textbooks as "textbooks for students and students only", but the question is whether this is possible, because ultimately the teacher is always the mediator of the text:

"Textbooks with no explanatory text and consisting only of a series of exercises were very widespread in the first half of this century; others simply presented several 'examples', followed by exercises. Both kinds of text assumed that the teacher would play a central role in mediating the text to the students. Today, it is usual for texts to appear to be addressed directly to the student: 'appear to be', because there is almost always a ghostly presence of the teacher" (Love & Pimm, 1996, p. 385).

Van Dormolen (1986) discussed whether it is really possible to write teacher-proof texts. Such books would have a great deal of text. Besides that, Kang and Kilpatrick (1992) wonder whether it is possible to put such a dynamic process as problem-solving completely into a book, which is a static pedagogical object. Again, Love and Pimm (1996) point out: "Texts, however, are not in general conceived to replace a teacher, and have always been written with a greater or lesser sense of the likelihood of mediation by a teacher" (p. 385).

In addition, the teacher as mediator of the text can have another effect on the students. Luke et al. (1989) discuss the students' identification of textbooks with their



teachers' courses rather than identifying the textbooks with the authors. So, the teacher, as the mediator of the text, becomes, in the students' eyes, "the quasi-author" of the textbook (Luke et al., 1989).

Although textbooks reflect the intentions of the mathematics curricula, their contents are modified by teachers in the classroom. Teachers' use of textbooks is related to their beliefs about teaching and mathematics (Chavéz-López, 2003): "Teachers' view of the curriculum and the match, or lack of it, between their own views about mathematics and mathematics teaching and the philosophy of the textbook (...) were the primary factors that determined how the textbook was used" (p. 157).

Stodolsky (1989) researched the interaction between textbook content and the use of textbooks in mathematics classes. She noticed a variety of ways in which teachers used textbooks in classrooms. Although the textbook topics matched the topics in the classroom, the teachers did not greatly follow the suggestions from the teacher's guides.

According to Remillard (2000), textbooks can change the teaching strategies of teachers, but on the other hand, it is the teachers who choose what to use from the textbook and what not to use (Sosniak & Stodolsky, 1993). Sosniak and Stodolsky believe that if one wants to understand textbook use in classrooms, one needs to consider the thoughts, actions and work conditions of the particular teacher. They observed teachers' use of textbooks in different school subjects. They noticed that a single teacher who teaches different subjects uses textbooks in a different manner and to a different extent, depending on the subject he/she is teaching. The use of the textbook in the classroom varied from subject to subject. The research results show that teachers do not have the feeling that the textbooks control their teaching. The authors concluded that teachers have autonomy and that they like to mediate between the textbook content and their students.

## **Research on Mathematics Textbooks in Croatia**

In Croatia, there has not been much systematic research on the content or use of mathematics textbooks. However, there have been many discussions about the problem of improving textbooks. In the previous centuries, works can already be found on problems concerning textbooks as well as suggestions on how to improve mathematics textbooks (e.g. Stojanović in 1849 cited in Cuvaj, 1910; Golub, 1871; Kučera, 1896; Ljubunčić, 1929). This concern for textbook issues continued among mathematicians and pedagogues in Croatia as a part of former Yugoslavia (e.g. Markovac, 1977; Poljak, 1980; Šporer, 1981). Vušović (1967) mentions some problems connected with textbooks in Yugoslavia. One of the biggest problems was the lack of proper textbooks, especially in the grammar school grades. The author mentions a survey on textbooks from 1964 (p. 26) conducted on 100 mathematics teachers in Yugoslavia. The survey results showed that textbooks in the 1960s were not well adjusted to students, and that students used textbooks only for doing homework. Vušović (1967) further points out that good quality teacher's guides should also be produced.

Recent Croatian studies on textbooks have highlighted three areas of interest: the theoretical framework, text analysis and empirical research.

## Interest in the Theoretical Framework of Mathematics Textbooks

Interest in the theoretical framework of the textbook topic has been documented in a variety of published books, articles, talks and discussions. Poljak (1980) published the book *Didaktičko oblikovanje udžbenika i priručnika* (Didactical Composition of Textbooks and Handbooks) in Zagreb. In this book, the author presents the theoretical framework and historical view relating to textbooks; he also offers didactical suggestions for creating textbooks. Finally, the author provides a comprehensive bibliography on the topic of textbooks.

The main theme of the Conference for Mathematics Teachers in 2001 (*Stručno-metodički skup za nastavnike matematike*) was “Uloga udžbenika u matematičkom odgajanju i obrazovanju učenika osnovne i srednje škole” (The role of textbooks in mathematics education in grades 5-12). The conference was organized by the Croatian Mathematical Society Istria and held in Rovinj. The published Proceedings of the Conference contain many interesting and useful articles and literature sources within the topic of textbooks (Kadum, 2001). Some of the talks referred to the theoretic framework of mathematics textbooks (e.g. Kadum & Ljubković, 2001; Ovčar, 2001).

In his talk on the problems related to mathematics education in Croatia, Bajrović (2004) emphasizes the need for serious analysis of mathematics textbooks and their use in mathematics education.

## Interest in Textbook Content Analysis

Stevanović (2001) presented the methodology and the results of his textbook analysis as they pertain to students’ creative opportunities. He examined all Croatian mathematics textbooks for the fifth grade of the school year 2001/02. The aim of the research was to determine the creative opportunities that are given to pupils through the current 5th grade textbooks. The results showed that the textbook problems do not encourage pupils’ creativity due to the predominant reproductive and algorithmic requirements. The author suggests a new “pluralistic approach” and problem posing made by students themselves.

Dorčić (2002) analyzed the content of mathematics textbooks for grades 1 – 5. The author showed that the textbook content is not “child friendly”, because most of the tasks are far from everyday life. He asserted that such textbooks reflect the problems of the Croatian mathematics curriculum. The textual problems with context are not real problems: for example, in the textbook for grade 2 there are 415 textual problems, but only 92 of them contain real-life problems. The author also complains about the lack of problems with measurement context, and the lack of problems where actual measuring is required. Mišurac-Zorica (2009) discusses similar content problems of the textbooks in grades 1 – 4.

Some authors were critical of some mathematics textbooks and suggested guidelines for their improvement (e.g. Pavleković, 2001).

Cindrić (2011) presented research results on textbook analysis. She analyzed all licensed mathematics textbooks of the 2nd, 3rd and 4th grade in the school year 2009/10. Her interests are the problems regarding the arithmetic operation of division, particularly context requirements (partitive and measurement division). The results show that about 90% of all division problems are intra-mathematical problems (with no context). Measurement problem types cover 1-2% of all textbook division problems.

The results of the textbook analysis were also presented in Glasnović Gracin (2011). The analysis encompassed all topics of mathematics textbooks in grades 6 to 8. The results show that the researched textbooks require mainly operation activities on the reproductive or simpler connection level. The results also indicate the usage of intra-mathematical items to a very large extent. These results show that mathematics education in Croatia places more emphasis on algorithms and the view of mathematics as a tool ("Mathematik als Werkzeug") (Heymann, 1996, p. 153) than as a medium of communication ("Mathematik als Kommunikationsmedium") (p. 153). These findings show the traditional features of mathematics education in Croatia. Glasnović Gracin (2011) concludes that the obtained textbook results correspond to the curricular requirements (Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa, 2006) as well as to the teachers' traditional beliefs about mathematics and teaching mathematics (Baranović & Štibrić, 2009).

## Empirical Studies

The results of empirical research on students' attitudes towards mathematics as a school subject were published in the mathematics journal *Poučak* (Leljak-Pavleković, 2001). Some of the questions related to mathematics textbooks. One thousand two hundred 14-year-olds took part in the research. Twenty-nine per cent of the surveyed students stated that they use only their notebook for learning mathematics, 4% use only the textbook, and 51% use both the textbook and notebook. Forty per cent of the pupils stated that they do not understand the textbook content.

In 2003, the Croatian Mathematical Society carried out empirical research on teachers' opinion on the current mathematics textbooks in grades 5 to 12 (Mladinić, 2003). The survey results show that mathematics teachers were not satisfied with the quality of the textbook. For example, the teachers in the survey complained that the textbooks were not at a suitable level for the students. The survey results inspired the Croatian Mathematical Society to offer suggestions on the desired features of a textbook. They recommend, among other things, that mathematics textbooks should be written by a team of authors, that textbooks should be free of charge, and that they should have an initial trial period in the classrooms.

In 2008, a thorough research was conducted into the role of textbooks in mathematics involving 987 mathematics teachers (Glasnović Gracin & Domović,

2009; Domović, Glasnović Gracin, & Jurčec, 2012a, 2012b). The results showed that in Croatia textbooks are used extensively in lesson preparation, in exercises for students, and for doing homework (97% of the teachers surveyed stated that they use textbooks for exercises). In addition, mathematical topics in textbooks are most likely presented by the teachers; the teachers' pedagogical strategies are often influenced by the instructional approach of the material; the teachers' sequence of instruction is often parallel to that of the textbook; and the textbooks are a primary information source in deciding how to present mathematical content. The examinees stated satisfaction with the mathematics textbooks.

Although the research results show that teachers in Croatia have a fairly high degree of autonomy in preparing and carrying out lessons (Baranović, Domović, & Štibrić, 2006), the survey on the role of mathematics textbooks suggests that mathematics teachers rather let the textbook content and structure control their instruction. These findings confirm the considerable authority of textbooks in Croatia, as is also the case in other countries (e.g. Luke et al., 1989; Pepin & Haggarty, 2001).

## Concluding Comments

The research results show that mathematics textbooks are used to a great extent in mathematics classrooms all over the world. The relevant sources confirm that it is necessary to research the content and structure as well as the use of mathematics textbooks in the classroom. Research on the content confirms that the "exposition – examples – exercises model" predominates in the structure of mathematics textbooks (Love & Pimm, 1996). Classroom observations and surveys show that mathematics textbook content influences instruction in the classroom, and the teacher mainly has the role of a mediator between the text and the students. Teachers use textbooks for lesson preparation, and the students mostly use textbooks for doing exercises.

Whilst there has not been a great deal of research undertaken in the field of mathematics textbooks in Croatia, there has always been interest in this topic in educational circles and from the wider public. Research conducted into the content shows the domination of reproductive and algorithmic requirements in textbook exercises (Stevanović, 2001; Dorčić, 2002; Mišurac-Zorica, 2009; Cindrić, 2011). The fact that mathematics textbooks play such an important role deserves additional attention in the field of research in mathematics education, with the goal of improving mathematics education in general.

## References

- Apple, M. W. (1986). *Teachers and Texts. A political economy of class and gender relations in education*. New York: Routledge & Kegan.
- Bajrović, V. (2004). Problemi nastave matematike. In P. Mladinić (Ed.), *Zbornik radova Drugog kongresa nastavnika matematike* (pp. 26-30). Zagreb: Hrvatsko matematičko društvo.

- Baranović, B., Domović, V., & Štibrić, M. (2006). O nekim aspektima školske klime u osnovnim školama u Hrvatskoj. *Sociologija sela*, 44 (4), 485-505.
- Baranović, B., & Štibrić, M. (2009). Math teachers' perceptions of mathematics education in elementary and secondary schools in Croatia. Results of an empirical research. In M. Pavleković (Ed.), *Second International Scientific Colloquium "Mathematics and Children" – How to Teach and Learn Mathematics* (p. 96). Zagreb: Element.
- Brändström, A. (2005). *Differentiated tasks in mathematics textbooks. An analysis of the levels of difficulty*. (Licentiate Thesis, Department of Mathematics, Luleå University of Technology). Luleå: Luleå University of Technology.
- Bromme, R., & Hömberg, E. (1981). *Die andere Hälfte des Arbeitstages – Interviews mit Mathematiklehrern über alltägliche Unterrichtsvorbereitung*. Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld.
- Chandler, D. G., & Brosnan, P. A. (1995). A comparison between mathematics textbook content and a statewide mathematics proficiency text. *School Science and Mathematics*, 95(3), 118-123.
- Chavéz-López, Ó. (2003). *From the textbook to the enacted curriculum: Textbook use in the middle school mathematics classroom*. (Doctoral dissertation, University of Missouri). Columbia: University of Missouri.
- Cindrić, M. (2011). *Utjecaj usvajanja modela dijeljenja u nastavi matematike nižih razreda na usvajanje dijeljenja razlomaka u višim razredima osnovne škole*. (Doctoral dissertation, University of Sarajevo). Sarajevo: Pedagoški fakultet.
- Cuvaj, A. (1910). *Građa za povijest školstva kraljevina Hrvatske i Slavonije od najstarijih vremena do danas*, Vol. 3. Zagreb: Naklada Kr. hrv.-slav.-dalm. zem. vlade, Odjela za bogoštovlje i nastavu.
- De Castell, S., Luke, A., & Luke, C. (1989). *Language, authority and criticism. Readings of the school textbook*. London: Falmer Press.
- Domović, V., Glasnović Gracin, D., & Jurčec, L. (2012a). Korištenje matematičkih udžbenika obzirom na spol i godine staža učitelja matematike. *Napredak*, 153(2), 187-202.
- Domović, V., Glasnović Gracin, D., & Jurčec, L. (2012b). Uporaba matematičkih udžbenika s obzirom na inicijalno obrazovanje učitelja. *Sociologija i prostor*, 50(2), 237-256.
- Dorčić, Ž. (2002). Otvoreno pismo ljudima osvojenima matematikom. In P. Mladinić (Ed.), *Zbornik radova Šestog susreta nastavnika matematike* (pp. 115-120). Zagreb: Hrvatsko matematičko društvo.
- Dowling, P. (1996). A sociological analysis of school mathematics texts. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 389-415.
- Ewing, B. (2004). "Open your textbooks to page blah, blah, blah": "So I just blocked off". In I. Putt, R. Faragher and M. McLean (Eds.), *Proceedings of the Twenty-Fourth Annual Conference of the Mathematics Education Group of Australasia Incorporated: Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010*. Sidney: MERGA.
- Fan, L., & Zhu, Y. (2002). Textbooks use by Singaporean mathematics teachers at lower secondary school level. In D. Edge & B. H. Yap (Eds.), *Mathematics education for a knowledge-based era*, Vol. 2. Singapore: Ame.

- Freeman, D. J., & Porter, A. C. (1989). Do Textbooks Dictate the Content of Mathematics Instruction in Elementary Schools? *American Educational Research Journal*, 26(3), 403-421.
- Gilbert, R. (1989). Text analysis and ideology critique of curricular content. In S. de Castell, A. Luke, & C. Luke (Eds.), *Language, authority and criticism*. London: Falmer Press.
- Glasnović Gracin, D., & Domović, V. (2009). Upotreba matematičkih udžbenika u nastavi viših razreda osnovne škole. *Odgojne znanosti*, 11, 297-317.
- Glasnović Gracin, D. (2011). *Requirements in mathematics textbooks and PISA assessment*. (Doctoral dissertation, University of Klagenfurt). Klagenfurt: University of Klagenfurt.
- Golub, V. M. (1871). *Naše računstveno nazivlje i uzgredni pabirci*. Otisak iz programa kr. gimnazije varaždinske za god. 1871. Varaždin: Kr. gimnazija Varaždin.
- Harries, T., & Sutherland, R. (1999). Primary school mathematics textbooks: an international comparison. In I. Thompson (Ed.), *Issues in teaching numeracy in primary schools*. Buckingham: Open University Press.
- Heymann, H. W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik*. Weinheim: Beltz Verlag.
- Hopf, D. (1980). *Mathematikunterricht. Eine empirische Untersuchung zur Didaktik und Unterrichtsmethode in der 7. Klasse des Gymnasiums*. Stuttgart: Klett-Cotta.
- Howson, G. (1995). *Mathematics textbooks: a comparative study of grade 8 textbooks*. TIMSS. Vancouver: Pacific Educational Press.
- Johansson, M. (2003). *Textbooks in mathematics education. A study of textbooks as the potentially implemented curriculum*. (Licentiate Thesis, Department of mathematics, Luleå University of Technology). Luleå: Luleå University of Technology.
- Johansson, M. (2005). Mathematics textbooks: The link between the intended and the implemented curriculum? In M. Johansson, *Teaching mathematics with textbooks. A classroom and curricular perspective*. (Doctoral dissertation, Luleå University of Technology). Luleå: Luleå University of Technology.
- Johansson, M. (2006). *Teaching mathematics with textbooks. A classroom and curricular perspective*. (Doctoral dissertation, Luleå University of Technology). Luleå: Luleå University of Technology.
- Kadum, V. (Ed.) (2001). *Zbornik radova Drugog stručno-metodičkog skupa Metodika nastave matematike u osnovnoj i srednjoj školi: Uloga udžbenika u matematičkom odgajanju i obrazovanju učenika osnovne i srednje škole*. Pula: IGSA.
- Kadum, V., & Ljubković, J. (2001). Uloga udžbenika u matematičkom odgajanju i obrazovanju učenika osnovne i srednje škole. In V. Kadum (Ed.), *Zbornik radova Drugog stručno-metodičkog skupa Metodika nastave matematike u osnovnoj i srednjoj školi* (pp. 9-27). Pula: IGSA.
- Kang, W., & Kilpartick, J. (1992). Didactic transposition in mathematics textbooks. *For the Learning of Mathematics*, 12(1), 2-7.
- Kučera, O. (1896). Bilješka o Šilobodu. *Nastavni vjesnik*, 4, 357-359.
- Leljak-Pavleković, Z. (2001). Naši osmaši – o matematici. *Poučak*, 6, 45-46.
- Li, Y. (2000). A comparison of problems that follow selected content presentations in American and Chinese mathematics textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 234-241.



- Love, E., & Pimm, D. (1996). "This is so": a text on texts. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education*, Vol. 1. (pp. 371-409). Dordrecht: Kluwer.
- Luke, C., de Castell, S., Fraser, S., & Luke, A. (1989). Beyond criticism: the authority of the school textbook. In S. De Castell, A. Luke, & C. Luke (Eds.), *Language, authority and criticism: readings on the school textbook*. London: The Falmer Press.
- Ljubunčić, S. (1929). *Metodika računske obuke u školi rada. Teorija i praksa u osnovnim, građanskim i nižim srednjim školama*. Zagreb: Tisak Nadbiskupske tiskare.
- Markovac, J. (1977). Zahtjevi za udžbenik matematike. *Školske novine*, 29, 11.
- Millett, A., & Johnson, D. C. (1996). Solving teachers' problems? – The role of commercial mathematics scheme. In D. C. Johnson & A. Millett (Eds.), *Implementing the mathematics National Curriculum policy, politics and practice*. London: Paul Chapman.
- Mišurac-Zorica, I. (2009). (Ne)ujednačenost sustava matematičkog obrazovanja u osnovnoj školi. In B. Antunović-Piton (Ed.), *Zbornik radova Šestog stručno-metodičkog skupa Metodika nastave matematike u osnovnoj i srednjoj školi* (pp. 213-214). Pula: HMD – Podružnica Istra.
- Mladinić, P. (2003). Anketa HMD-a o matematičkim udžbenicima u Republici Hrvatskoj. *Poučak*, 15, 70-80.
- Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa (2006). *Nastavni plan i program za osnovnu školu*. HNOS. Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske.
- Ovčar, S. (2001). Udžbenik i metodička interpretacija matematičkih sadržaja. In V. Kadum (Ed.), *Zbornik radova Drugog stručno-metodičkog skupa Metodika nastave matematike u osnovnoj i srednjoj školi* (pp. 28-37). Pula: IGSA.
- Pavleković, M. (2001). Neke primjedbe i prijedlozi autorima udžbenika iz matematike. In V. Kadum (Ed.): *Zbornik radova Drugog stručno-metodičkog skupa Metodika nastave matematike u osnovnoj i srednjoj školi* (pp. 67-74). Pula: IGSA.
- Pepin, B., & Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: a way to understand teaching and learning cultures. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 33 (5), 158-175.
- Poljak, V. (1980). *Didaktičko oblikovanje udžbenika i priručnika*. Zagreb: Školska knjiga.
- Remillard, J. T. (2000). Can curriculum materials support teachers' learning? Two fourth-grade teachers' use of a new mathematics text. *The Elementary School Journal*, 100(4), 331-350.
- Reys, R., Reys, B., Lapan, R., Holliday, G., & Wassman, D. (2003). Assessing the impact of standards-based middle grades mathematics curriculum materials on student achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 74-95.
- Rezat, S. (2009). *Das Mathematikbuch als Instrument des Schülers. Eine Studie zur Schulbuchnutzung in den Sekundarstufen*. Weisbaden: Vieweg+Teubner.
- Robitaille, D. F., & Garden, R. A. (Eds.) (1989). *The IEA study of mathematics II: Context and outcomes of school mathematics*. Oxford: Pergamon Press.
- Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Houang, R. T., Wang, H., Wiley, D. E., Cogan, L. S., & Wolfe, R. G. (2001). *Why schools matter: a cross-national comparison of curriculum and learning*. San Francisco: Jossey-Bass.



- Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Valverde, G. A., Houang, R. T., & Wiley, D. E. (1997). *Many visions, many aims - volume 1 (a cross-national investigation of curricular intentions in school mathematics)*. London: Kluwer Academic Publishers.
- Schmidt, W. H., Jorde, D., Cogan, L. S., Barrier, E., Gonzalo, I., Moser, U., Shimizu, K., Sawada, T., Valverde, G. A., McKnight, C., Prawat, R. S., Wiley, D. E., Raizen, S. A., Britton, E. D., & Wolfe, R. G. (1996). *Characterizing pedagogical flow. An investigation of mathematics and science teaching in six countries*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Sosniak, L. A., & Stodolsky, S. S. (1993). Teachers and textbooks: materials use in fourth-grade classrooms. *The Elementary School Journal*, 93(3), 249-275.
- Sosniak, L. A., & Perlman, C. L. (1990). Secondary education by the book. *Journal of Curriculum Studies*, 22(5), 427-442.
- Stevanović, M. (2001). Udžbenik u funkciji razvijanja stvaralačkog mišljenja u nastavi matematike. In V. Kadum (Ed.), *Zbornik radova Drugog stručno-metodičkog skupa Metodika nastave matematike u osnovnoj i srednjoj školi* (pp. 93-107). Pula: IGSA.
- Stodolsky, S. (1989). Is teaching really by the book? In P. W. Jackson & S. Haroutunian-Gordon (Eds.), *From Socrates to software: The teacher as a text and the text as a teacher*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Stray, C. (1994). Paradigms regained: Towards a historical sociology of the textbook. *Journal of Curriculum Studies*, 26(1), 1-29.
- Šporer, Z. (1981). Aktualni problemi udžbeničke i vanudžbeničke literature iz matematike. *Matematika*, 1, 5-20.
- Törnroos, J. (2001). Mathematics textbooks and students' achievement in the 7th grade: What is the effect of using different textbooks? In J. Novotna (Ed.), *Proceedings of European Research in Mathematics Education II* (p. 516-525). Prague: Charles University, Faculty of Education.
- Törnroos, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation*, 31, 315-327.
- Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2002). *According to the book. Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Van Dormolen, J. (1986). Textual analysis. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on Mathematics Education*. Dordrecht: D. Reidel.
- Vušović, Lj. (1967). *Razvijanje interesa i stvaralačkog rada u nastavi matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
- Zakon o udžbenicima za osnovnu i srednju školu. (2010). *Narodne novine (The Official Gazette of the Republic of Croatia)*, 27 (March 2<sup>nd</sup>, 2010).

---

**Dubravka Glasnović Gracin**

Faculty of Teacher Education, University of Zagreb  
Savska cesta 77, 10 000 Zagreb, Croatia  
dubravka.glasnovic@ufzg.hr

# Matematički udžbenik kao predmet istraživanja

---

## Sažetak

*Matematički udžbenik može se opisati kao službeno autorizirana i pedagoški osmišljena matematička knjiga napisana s ciljem da učenicima ponudi matematičke sadržaje. Taj opis sugerira autoritet udžbenika jer ga je autorizirao administrativni izvor i jer sadrži autorizirano znanje. Ovaj članak daje pregled istraživanja matematičkih udžbenika, a naglasak je na pitanjima u kojoj mjeri i kako se udžbenici koriste u nastavi matematike u Hrvatskoj i u svijetu.*

*Rezultati raznih istraživanja pokazuju da se udžbenici u velikoj mjeri koriste u nastavi matematike širom svijeta. Taj nalaz ukazuje na potrebu za istraživanjem sadržaja i strukture matematičkih udžbenika. Uz to, prikazani su rezultati istraživanja o tome na koji se način udžbenici koriste u razredu i koje metode nastavnici prakticiraju prilikom upotrebe udžbenika na nastavi. Rezultati empirijskih studija pokazuju da nastavnici udžbenike većinom koriste za pripremu nastavnog sata, a učenici udžbenike koriste u najvećoj mjeri za vježbanje. Ti rezultati ukazuju na to da tako važna uloga udžbenika u matematičkom obrazovanju zaslužuje dodatnu pažnju s ciljem razumijevanja i poboljšanja nastave matematike.*

**Ključne riječi:** istraživanje udžbenika; nastava matematike; pregled.

## Uvod

Nastava matematike oduvijek je bila vrlo kompleksan sustav pa je stoga teško saznati što se zapravo poučava u razredu. Korištenje različitih istraživačkih metoda može pomoći u rasvjetljavanju tog problema, npr. analizom kurikularnih i udžbeničkih sadržaja, anketama ili opservacijom nastave i intervjuima koji će pomoći u dobivanju realne slike o nastavi matematike. Jedan od važnih segmenata za razumijevanje tog problema su i istraživanja vezana uz matematičke udžbenike. S obzirom na to da matematički udžbenici u nastavi matematike imaju vrlo važnu ulogu, korisno je istražiti relevantnu literaturu koja se bavi istraživanjima o matematičkim udžbenicima.

## Matematički udžbenici

Stray (1994) definira udžbenik kao knjigu osmišljenu da daje autoritativnu pedagošku verziju nekog područja znanja (Stray, 1994). Pri pisanju drugih knjiga (koje nisu udžbenici), autorova pedagoška namjera je marginalna, i to čini razliku između

udžbenika i drugih knjiga. Stoga Stray napominje da su udžbenici nositelji poruka koje su višestruko kodirane: u njima se kodirana značenja nekog dijela znanja (tj. ono što treba učiti) kombiniraju s pedagoškim značenjima (tj. načinom kako treba učiti).

De Castell, Luke i Luke (1989) opisuju udžbenik kao službeno sankcioniranu i autoriziranu verziju ljudskog znanja i kulture. Ti opisi ukazuju na autoritet udžbenika, s obzirom na to da njegov sadržaj učenike opskrbljuje autoriziranim informacijama.

Pepin i Haggarty (2001) naglašavaju da udžbenik čini vezu između škole i relevantnog znanja. U hrvatskoj pedagoškoj literaturi pojam *udžbenik* je uvijek bio blisko povezan sa školskim kontekstom. Poljak (1980) definira udžbenik kao osnovnu školsku knjigu pisanu na osnovi propisanoga nastavnog plana i programa, knjigu koju „učenici gotovo svakodnevno upotrebljavaju u svom školovanju“ (str. 29) i koja je didaktički oblikovana „radi racionalnijeg, optimalnijeg, ekonomičnijeg i efikasnijeg obrazovanja, što ostala literatura nije i ne mora biti“ (str. 29). Hrvatski Zakon o udžbenicima za osnovnu i srednju školu iz 2010. godine definira udžbenik kao „nastavno sredstvo namijenjeno višegodišnjoj uporabi, usklađeno s Udžbeničkim standardom, koje se objavljuje u obliku knjige, a može imati i drugu vrstu i oblik ako je tako propisano Udžbeničkim standardom, a služi učenicima kao jedan od izvora znanja za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ciljeva utvrđenih nacionalnim i predmetnim kurikulumom“ (Zakon o udžbenicima za osnovnu i srednju školu, 2010).

Stoga je udžbenik vrlo važan izvor znanja pa čitatelju treba dati čvrsto jamstvo o relevantnosti sadržaja, valjanom metodičkom pristupu i primjerenosti sadržaja intelektualnim mogućnostima učenika određene dobi.

Udžbenički komplet može sadržavati razne materijale, poput knjiga, radnih listova, zbirki zadataka, računalnih programa, e-materijala i sl. Uz to, može sadržavati i dodatne materijale poput priručnika za učitelje (Johansson, 2003). Love i Pimm (1996) tvrde da su ti dodatni materijali sastavni dio suvremenih udžbenika. Oni, uz spomenute materijale, spominju i brošure s rješenjima, crtovlja, audiovizualne materijale i sl.

Prema spomenutim definicijama udžbenika *matematički* se udžbenik može opisati kao službeno autorizirana i pedagoški oblikovana matematička knjiga napisana kako bi učenicima ponudila matematičke sadržaje.

Kao i svaki drugi školski predmet, matematika ima svoje specifičnosti. Iz toga slijedi da matematički udžbenici imaju određene karakteristike koje ih razlikuju od ostalih školskih udžbenika. Ovčar (2001) ističe specifičnosti matematičkih udžbenika i naglašava da je posebno važno da matematički udžbenik prikaže sadržaje na sustavan način. Uz to, svojstvo poučavanja u matematici jest da se novi matematički sadržaji naslanjaju na prije usvojena znanja. Stoga autori matematičkih udžbenika trebaju obratiti posebnu pozornost kako na redoslijed sadržaja, tako i na intelektualne sposobnosti ciljanih učenika čitatelja. Kako bi se osigurala trajnost znanja, matematički udžbenici sadrže brojne zadatke za vježbu i aktivnosti vezane uz rješavanje problema.

Udžbenički komplet iz matematike često sadrži knjige, zbirke zadataka, radne listove, računalne programe i sl. Svi ti materijali trebaju biti didaktički oblikovani i

u skladu s definicijom i opisom pojma *udžbenik*, kako je već opisano u ovom tekstu. Neki matematički udžbenici su tako organizirani da sadrže zbirku zadataka koja je već integrirana u sam udžbenik. Drugi autori nude udžbenički komplet koji se sastoji od knjige u kojoj su prikazani matematički sadržaji samo s riješenim primjerima i zasebnu knjigu s brojnim zadacima za vježbu (npr. tzv. zbirka zadataka, vježbenica, radna bilježnica i sl.). U ovom tekstu naziv *matematički udžbenik* obuhvaća cijeli udžbenički komplet, bilo da je zbirka zadataka objavljena zasebno ili nije.

## Autoritet matematičkih udžbenika

Same definicije sugeriraju na autoritet udžbenika općenito pa tako i matematičkih udžbenika. Možemo govoriti o autoritetu udžbenika jer je on autoriziran od strane administrativnog izvora i stoga što govori o autoriziranom znanju. Pepin i Haggarty (2001, str. 164) opisuju dvije vrste autoriteta matematičkih udžbenika: autoritet vezan uz matematiku i autoritet vezan uz savladavanje teksta. To znači da je matematički sadržaj sam po sebi autoritativan te da metode dane u udžbeniku također imaju autoritet, čime i sam napisani tekst posjeduje autoritet.

Također, udžbenici u kombinaciji s nastavnicima kao posrednicima između teksta i učenika čine "jedno autoritativno jedinstvo" (Luke, de Castell, Fraser i Luke, 1989, str. 258, prijevod: D.G.G.). Stoga nastavnici tekstu daju još veću važnost i autoritet kroz svoj stav prema njemu. U isto vrijeme učenici imaju pasivan i neautoritativan status u odnosu na udžbenik i učitelja. Više informacija o autoritetu udžbenika čitatelj može naći u De Castell i sur. (1989) i Johansson (2006).

Postoje dodatni razlozi zašto udžbenici imaju autoritativan karakter. Činjenica da je u nekim zemljama školsko vlasništvo, udžbeniku daje dodatan autoritet. Pepin i Haggarty (2001) opisuju različite načine dobavljanja udžbenika u Engleskoj, Francuskoj i Njemačkoj. U Hrvatskoj udžbenike već tradicionalno kupuju roditelji, osim u jednom kratkom razdoblju od 2006. do 2008. kada je Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa nabavljalo besplatne udžbenike za sve učenike u Hrvatskoj.

## Korištenje matematičkih udžbenika

Rezultati istraživanja pokazuju da se matematički udžbenici koriste u velikoj mjeri u nastavi matematike širom svijeta (Robitaille i Garden, 1989). Rezultati koje donose Millett i Johnson (1996) potvrđuju široku upotrebu matematičkih udžbenika u nastavi matematike u engleskim učionicama. Apple (1986), Stodolsky (1989) i Chavéz-López (2003) govore o intenzivnoj upotrebi udžbenika u Sjedinjenim Američkim Državama. Njemačko istraživanje (Hopf, 1980) pokazuje da se i u njemačkoj nastavi matematike udžbenici koriste u velikoj mjeri. U međunarodnoj studiji koja je bila dio projekta Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), Schmidt i sur. (1996) su primijetili snažno oslanjanje na udžbenike u nekim zemljama, poput Norveške i Španjolske. Rezultati istraživanja Glasnović Gracin i Domović (2009) pokazuju da se udžbenici u velikoj mjeri koriste u nastavi matematike u Hrvatskoj. Fan i Zhu

(2002) također zaključuju da su udžbenici najvažniji izvori za nastavnike matematike u Singapuru, iako singapurski učitelji upotrebljavaju i druge materijale za nastavu matematike. Rad Pepin i Haggarty (2001) pokazuje da se matematički udžbenici u velikoj mjeri koriste u njemačkim, engleskim i francuskim razredima, iako na drugačije načine. Johansson (2003, 2006) i Brändström (2005) potvrđuju središnju ulogu matematičkih udžbenika u nastavi matematike u Švedskoj: „Savjetnici su zaključili da se nastava matematike, više nego bilo koji drugi predmet, oslanja na udžbenike” (Johansson, 2006, str. 1, prijevod: D.G.G.).

To su neki nedavni rezultati o upotrebi matematičkih udžbenika širom svijeta, no zanimanje za tu temu ide još i dalje u prošlost. Tako, primjerice, Chávez-López (2003) daje povijesni pregled istraživanja iz tog područja u Sjedinjenim Američkim Državama.

Iz dobivenih nalaza može se postaviti sljedeće pitanje: *Zašto se matematički udžbenici u tako velikoj mjeri koriste u nastavi?* Mnogo je mogućih razloga za to. Love i Pimm (1996) naglašavaju sigurnost i udobnost koje službeni udžbenici pružaju nastavnicima. Johansson (2006) spominje da udžbenici olakšavaju učiteljev rad, jamče matematičko znanje i zadatke za vježbu, da su udžbenici rađeni u skladu sa školskim sustavom i da umanjuju slobodu, ali i odgovornost nastavnika.

Široka upotreba matematičkih udžbenika u obrazovanju postavlja još važnih pitanja: Kako kvalitetno analizirati sadržaje matematičkih udžbenika i kako istražiti njihovu ulogu u matematičkom obrazovanju? Gilbert (1989) raspravlja o tom problemu, a Pepin i Haggarty (2001) zaključuju da bi udžbenici trebali biti analizirani ne samo u okvirima sadržaja i strukture nego i u pojmovima procesne komponente, tj. njihove upotrebe u razredu od učenika i učitelja. Osim opsežnog pregleda relevantne literature i rezultata u području analize i istraživanja matematičkih udžbenika, Pepin i Haggarty (2001) donose sustav upotrebe udžbenika u šest glavnih domena: (1) koriste li se udžbenici ili ne; (2) autoritet udžbenika; (3) tko se koristi udžbenicima i tko odlučuje o tome tko se koristi udžbenicima; (4) kako se udžbenici koriste, tko odlučuje kako će se udžbenici koristiti i što učitelji cijene u udžbenicima; (5) učitelj kao posrednik teksta; (6) obrazovne tradicije kao potencijalni utjecaj na ono što se događa u razredu.

## **Istraživanja o udžbeničkom sadržaju i strukturi**

Činjenica da se matematički udžbenici u tako velikoj mjeri koriste u nastavi matematike diljem svijeta, za sobom povlači potrebu istraživanja sadržaja i strukture matematičkih udžbenika: „Ako je istina da je matematika za nastavnike i učenike jednostavno ono što piše u udžbenicima, tada je važno saznati što to piše u udžbenicima“ (Johansson, 2003, str. 1, prijevod: D.G.G.)

Pepin i Haggarty (2001) daju četiri glavna područja prema kojima su udžbenici analizirani prema svojoj strukturi i sadržaju. To su matematičke, pedagoške i sociološke intencije udžbenika i kulturne tradicije prikazane u udžbenicima.

Van Dormolen (1986) sugerira nekoliko aspekata za analiziranje matematičkih tekstova. To su: teorijski aspekt, algoritamski aspekt, logički aspekt, metodički aspekt i komunikacijski aspekt. Teorijski aspekt odnosi se na teoreme, definicije i sl., a algoritamski aspekt na mjeru u kojoj se proceduralni koraci nalaze u matematičkom tekstu. Logički aspekt daje informaciju o načinu na koji se smijemo ili ne smijemo koristiti teorijom. Metodički aspekt odnosi se na postojanje heurističkih intencija u tekstu, a komunikacijski aspekt naglašava konvencije ili način na koji je nešto napisano.

Rezat (2009) istražuje strukturu njemačkih matematičkih udžbenika i daje detaljnu analizu dizajna i strukture udžbenika. Love i Pimm (1996) donose analizu teksta prema raznim parametrima. Spominju da je model *prikaz – primjeri – zadaci za vježbu* najčešći način organiziranja teksta u matematičkim udžbenicima. *Prikaz* se odnosi na dijelove teksta u kojima autor prikazuje novi matematički sadržaj. *Primjeri* učenicima nude model kako taj sadržaj primijeniti na zadatke koji slijede. *Zadaci za vježbu* su razni problemi koje učenik treba riješiti i tako biti aktivan čitatelj i korisnik teksta. Zadaci su pritom obično složeni od jednostavnijih prema složenima. Brändström (2005) je provela analizu s obzirom na diferencijaciju u udžbeničkim zadacima. Li (2000) je proveo analizu primjera i zadataka iz matematičkih udžbenika prema njihovim matematičkim, kontekstualnim i izvedbenim karakteristikama. Rješenja zadataka klasificirana su kao: numerički odgovori, numerički izrazi i odgovori koji zahtijevaju objašnjenje. Ta je analiza provedena na matematičkim udžbenicima za više razrede osnovne škole u Sjedinjenim Američkim Državama i u Kini. Rezultati pokazuju da je u zadacima iz američkih udžbenika veći naglasak na konceptualno razumijevanje matematičkih ideja. S druge strane, kineski zadaci u nekim područjima imaju puno naprednije zahtjeve. No, u području kompleksnosti i kontekstualnih karakteristika zadaci obiju zemalja bili su na sličnom stupnju. Li smatra da su takve međunarodne studije usporedbe vrlo važne i korisne.

I mnogi drugi autori bavili su se međunarodnom usporedbom udžbeničkog sadržaja i strukture različitih obrazovnih sustava (npr. Howson, 1995; Harries i Sutherland, 1999; Pepin i Haggarty, 2001; Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt i Houang, 2002). Rezultati istraživanja strukture engleskih, njemačkih i francuskih matematičkih udžbenika prikazani su u Pepin i Haggarty (2001). Nalaz pokazuje da su lekcije u francuskim udžbenicima uglavnom podijeljene u tri dijela (*activités, l'essentiel i exercices*). *Activités* podrazumijeva mala istraživanja koja imaju cilj učenike uvesti u nove koncepte. Autorice primjećuju da je to dio koji posebno razlikuje francuske udžbenike od engleskih i njemačkih. Za njemačke udžbenike je tipično da nakon kratkog dijela s odabranim uvodnim zadacima slijedi pravilo ili formula. Zatim slijede riješeni primjeri, a glavninu lekcije čine zadaci za vježbu. Engleski udžbenici također uglavnom nude zadatke za vježbu među kojima su razbacani dijelovi s objašnjenima i riješenim primjerima.

No, s obzirom na to da sadržaji iz udžbenika ovise i o matematičkom kurikulumu, osim analize teksta istraživanja bi trebala dotaknuti i područje kurikula. Udžbenici

se na neki način smatraju reprezentacijom zadanog kurikula, s obzirom na to da matematički sadržaj u udžbenicima slijedi propisane zahtjeve iz kurikula određene zemlje (Schmidt, McKnight, Valverde, Houang i Wiley, 1997). Primjeri istraživanja u kojima se uzimala u obzir veza između udžbenika i kurikula mogu se naći u: Howson (1995), Millett i Johnson (1996), Remillard (2000), Johansson (2003, 2006).

Sadržaj udžbenika također se u sklopu istraživanja može povezati s učeničkim postignućima na testovima i studijama, poput PISA-e, TIMSS-a ili nekih drugih studija (npr. Chandler i Brosnan, 1995; Törnroos, 2001, 2005). Primjerice, Chandler i Brosnan (1995) su analizirali sadržaje sedam matematičkih udžbenika iz Sjedinjenih Američkih Država koji su namijenjeni učenicima od prvog do osmog razreda te usporedili dobivene rezultate sa zahtjevima iz testova znanja. Glasnović Gracin (2011) uspoređuje zahtjeve iz matematičkih udžbenika s matematičkim zahtjevima iz PISA studije.

Uz spomenuta istraživanja sadržaja i strukture udžbenika, njihovoj vezi s kurikularnim zahtjevima i nekim međunarodnim studijama, matematički udžbenici mogu se istražiti i na druge zanimljive načine. Primjerice, Valverde i sur. (2002) istraživali su udžbenike različitih zemalja iz područja matematike i prirodoslovlja s obzirom na njihove fizičke karakteristike poput ukupnog broja stranica, ukupne površine svih stranica i broja ilustracija u njima. De Castell i sur. (1989) raspravljaju o lingvističkim karakteristikama udžbenika, a Dowling (1996) istražuje sociološke karakteristike britanskih matematičkih udžbenika. Love i Pimm (1996) spominju da matematički tekstovi sve više prihvaćaju vizualne konvencije popularnih formi poput oblačića s tekstom, stripova, prijeloma kao u časopisima i sl.

## **Kako se udžbenici koriste u razredu**

Na ovom mjestu treba reći da analize sadržaja i strukture, iako vrlo korisne, same za sebe ipak ne daju kompletnu sliku o ulozi udžbenika u nastavi matematike. Ova istraživanja stoga trebaju biti kombinirana s rezultatima koji govore o tome kako se udžbenici koriste u razredu i koje metode učitelji prakticiraju prilikom upotrebe udžbenika u nastavi matematike.

Ewing (2004) daje pregled istraživanja koja se odnose na upotrebu udžbenika u nastavi matematike. Johansson (2005) daje sistematizaciju o postojećim rezultatima istraživanja o upotrebi udžbenika u nastavi. Autorica dijeli rezultate istraživanja u pet područja izjava te daje podršku za ovu sistematizaciju brojnim relevantnim izvorima (Freeman i Porter, 1989; Schmidt i sur., 2001; Reys, Reys, Lapan, Holliday i Wassman, 2003): (1) Matematičke sadržaje iz udžbenika najčešće predaju nastavnici; (2) Matematički sadržaji koji nisu u udžbeniku najvjerojatnije učitelj neće spomenuti na satu; (3) Pedagoške intencije nastavnika često su pod utjecajem metodičkog pristupa prikazanog u udžbeniku; (4) Slijed učiteljeva poučavanja često je paralelan s onim iz udžbenika; (5) Nastavnici izjavljuju da su udžbenici primaran izvor informacija prema kojem odlučuju kako će prikazati matematičke sadržaje na satu.

Pepin i Haggarty (2001) primjećuju da se udžbenici, kako u Engleskoj tako i u Njemačkoj i Francuskoj, koriste za tri vrste aktivnosti: za poučavanje u smislu



prikazivanja pravila, za objašnjavanje procesa, prolaz kroz riješene primjere i za opskrbu zadacima za vježbu. Nastavnici u sve tri zemlje naglašeno su upotrebljavali udžbenike upravo za vježbanje.

Johansson (2006) je promatrala razredne aktivnosti u Švedskoj. Zaključuje da udžbenički sadržaj utječe na primjere prikazane u razredu, na rasprave, kao i na prezentaciju matematičkog sadržaja. Također, udžbenici su korišteni za individualni rad učenika i za domaću zadaću.

Rezultati empirijskih istraživanja pokazuju da nastavnici u velikoj mjeri upotrebljavaju matematičke udžbenike kao pripremu za nastavu (Hopf, 1980; Bromme i Hömberg, 1981; Pepin i Haggarty, 2001; Valverde i sur., 2002; Chavéz-López, 2003; Glasnović Gracin i Domović, 2009). S druge strane, učenici najviše upotrebljavaju matematičke udžbenike za vježbanje (Sosniak i Perlman, 1990; Pepin i Haggarty, 2001; Johansson, 2006; Glasnović Gracin i Domović, 2009). Pepin i Haggarty (2001) prikazuju rezultate u kojima engleski, njemački i francuski nastavnici smatraju zadatke za vježbu najvažnijim dijelom matematičkih udžbenika. Ispitani nastavnici tvrde da se odlučuju za to kojim će se udžbenikom koristiti upravo prema raznolikosti i kvaliteti zadataka za vježbu u određenom udžbeniku.

Freeman i Porter (1989) opserviraju nastavu i opisuju odnos između udžbeničkog sadržaja i nastavnikovog korištenja udžbenika. U svojoj opsežnoj studiji autori razlikuju tri stila upotrebe udžbenika u SAD-u: tijesna veza s udžbenikom, fokus na osnove i fokus na lokalne ciljeve. Tijesna veza s udžbenikom odnosi se na slijepo korištenje udžbenika stranicu po stranicu, fokus na osnove znači da nastavnik poučava matematiku samo prema osnovnim matematičkim konceptima, a fokus na lokalne ciljeve znači da se određeni nastavnici oslanjaju na naputke koje su dobili iz svoje lokalne stručne zajednice. Zanimljivo, autori su došli do zaključka da su učitelji koji su čvrsto slijedili udžbenik veći naglasak stavljali na konceptualno razumijevanje u odnosu na ostale kolege.

Nadalje, već je rečeno da je uloga nastavnika kao posrednika između teksta i učenika vrlo važna i o njoj se među autorima dosta raspravljalo (Van Dormolen, 1986; Luke i sur., 1989; Sosniak i Perlman, 1990; Love i Pimm, 1996; Pepin i Haggarty, 2001). Nastavnik je taj koji odlučuje koji će udžbenik upotrebljavati, koje će njegove dijelove iskoristiti i u kojem će redoslijedu, kada i u kojoj mjeri učenici raditi s tekstom, i slično. Iako je autoritet matematičkih udžbenika neupitan, ipak nastava matematike većinom ovisi o nastavnikovim interpretacijama teksta i o nastavnikovim odlukama. To nije novi fenomen. Tradicijski i povijesno gledajući (Luke i sur., 1989), upotreba udžbenika i poučavanje prema tom tekstu uvijek je bila nastavnikova uloga (tj. nastavnik je posrednik između teksta i učenika). Autori udžbenika često teže prikazati svoje udžbenike kao „udžbenike za učenike i samo učenike“, ali pitanje je je li to moguće, jer nekako uvijek sve završi s nastavnikom kao medijatorom teksta. Primjerice, Love i Pimm (1996) spominju dvije vrste tradicionalnih udžbenika: onih koji su se sastojali samo od sljedova zadataka za vježbu i udžbenika koji daju nekoliko primjera iza

kojih slijede zadaci. Obje vrste pretpostavljaju da će nastavnik imati središnju ulogu u prilagodbi teksta učenicima. Autori primjećuju da je u današnjim udžbenicima uobičajeno da se tekst obraća izravno učeniku, iako je i u tom slučaju ipak gotovo uvijek potrebna prisutnost učitelja.

Van Dormolen (1986) raspravlja o problemu je li uistinu moguće napisati udžbenik kojem nije potreban nastavnik. Uz to, Kang i Kilpatrick (1992) se pitaju je li uopće moguće jedan tako dinamičan proces poput rješavanja problema potpuno uklopiti u udžbenik, koji je statički pedagoški objekt. Love i Pimm (1996) zaključuju da udžbenici ipak nisu napisani zato da potpuno zamijene nastavnika i da su uvijek bili pisani s većom ili manjom namjerom da će učitelj biti posrednik između teksta i učenika.

Nadalje, nastavnik kao posrednik teksta može biti povezan s još jednim efektom. Luke i sur. (1989) raspravljaju o identifikaciji udžbenika s učiteljevim predavanjima iz učenikova kuta gledanja, što se događa češće nego identifikacija udžbenika sa svojim autorima. Dakle, nastavnik kao medijator teksta u učeničkim očima postaje “kvazi-autor” udžbenika (Luke i sur., 1989).

Iako udžbenici reflektiraju namjere iz matematičkih kurikula, nastavnici prilagođuju njihov sadržaj. Nastavnikova upotreba udžbenika povezana je s njegovim stavovima i uvjerenjima o poučavanju i matematici (Chavéz-López, 2003). Chavéz-López u svom istraživanju zaključuje da su nastavnikovi stavovi o kurikulu, matematici i poučavanju bili primarni čimbenici koji su odredili na koji će se način udžbenik koristiti u razredu.

Stodolsky (1989) je istraživala interakciju između udžbeničkog sadržaja i upotrebe udžbenika u nastavi matematike. Primijetila je mnoštvo načina na koje su nastavnici upotrebljavali udžbenike u razredu. Cjeline u udžbeniku slagale su se s cjelinama na nastavi, ali nastavnici nisu slijepo slijedili naputke iz nastavničkog priručnika.

Prema Remillardu (2000), udžbenici mogu promijeniti strategije poučavanja kod nastavnika, no, s druge strane, nastavnik je taj koji odlučuje što će iz udžbenika upotrijebiti, a što neće (Sosniak i Stodolsky, 1993). Sosniak i Stodolsky smatraju da svatko tko želi razumjeti upotrebu udžbenika u razredu, treba uzeti u obzir razmišljanja, aktivnosti i uvjete rada određenog nastavnika. Autorice su promatrale upotrebu udžbenika u različitim školskim predmetima kod istih učitelja. Primijetile su da isti učitelj koji poučava različite predmete upotrebljava udžbenike na različit način, već prema tome koji predmet poučava. Upotreba udžbenika u razredu varirala je od predmeta do predmeta. Rezultati istraživanja također pokazuju da nastavnici nemaju osjećaj da udžbenik kontrolira njihovu nastavu. Autorice zaključuju da nastavnici imaju autonomiju i da žele posredovati između sadržaja udžbenika i svojih učenika.

## **Istraživanja matematičkih udžbenika u Hrvatskoj**

U Hrvatskoj nije bilo mnogo organiziranih istraživanja vezanih uz sadržaj ili upotrebu matematičkih udžbenika. Ipak, uvijek su postojale stručne rasprave o inicijativi poboljšanja matematičkih udžbenika. Već u radovima iz prošlih stoljeća mogu se naći ideje i naputci kako poboljšati sadržaj i metodičke naputke u udžbenicima

(npr. Stojanović iz 1849. godine prema Cuvaju, 1910; Golub, 1871; Kučera, 1896; Ljubunčić, 1929). Briga za sadržaje udžbenika nastavlja se i među matematičarima i pedagozima u tadašnjoj SR Hrvatskoj kao dijelu bivše SFR Jugoslavije (npr. Markovac, 1977; Poljak, 1980; Šporer, 1981). Vušović (1967) također spominje neke probleme povezane s udžbenicima u Jugoslaviji. Jedan od najvećih problema bio je nedostatak kvalitetnih udžbenika, posebno za gimnazijske razrede. Autor također spominje anketu o udžbenicima iz 1964. godine koja je provedena među 100 nastavnika matematike u tadašnjoj Jugoslaviji. Rezultati ankete pokazuju stav nastavnika o tome da udžbenici iz 1960-ih nisu pogodni za učenike i da ih učenici upotrebljavaju samo za domaću zadaću. Vušović također ukazuje i na potrebu kreiranja kvalitetnih priručnika za nastavnike.

Novije studije o udžbenicima iz Hrvatske odnose se na tri područja zanimanja: teorijski okvir o udžbenicima, analiza teksta i empirijska istraživanja.

## Zanimanje za teorijski okvir matematičkih udžbenika

Briga za teorijski okvir vezan uz problematiku udžbenika u Hrvatskoj je dokumentiran u mnoštvu knjiga, članaka, predavanja i rasprava, uglavnom stručnog karaktera. Poljak (1980) je u Zagrebu izdao knjigu *Didaktičko oblikovanje udžbenika i priručnika*. U toj knjizi autor prikazuje teorijski okvir i povijesni pregled vezan uz udžbenike. Autor također daje didaktičke smjernice za kreiranje i pisanje udžbenika. Na kraju autor daje i opsežnu literaturu vezanu uz udžbenike.

Glavna tema *Stručno-metodičkog skupa za nastavnike matematike* iz 2001. godine bila je „Uloga udžbenika u matematičkom odgajanju i obrazovanju učenika osnovne i srednje škole”. Skup je organiziran u Rovinju u organizacijom Hrvatskoga matematičkog društva Istra. Objavljen Zbornik radova (Kadum, 2001) sadrži mnoge zanimljive i korisne stručne članke i literaturu iz tog područja. Neka od predavanja odnosila su se upravo na teorijski okvir o matematičkim udžbenicima (npr. Kadum i Ljubković, 2001; Ovčar, 2001).

U svojem predavanju o problemima vezanim uz matematičko obrazovanje u Hrvatskoj, Bajrović (2004) naglašava potrebu ozbiljne analize matematičkih udžbenika i njihove upotrebe u nastavi.

## Zanimanje za analizu udžbeničkih sadržaja

Stevanović (2001) prikazuje metodologiju i rezultate istraživanja udžbenika „u funkciji stvaralačkog mišljenja učenika“ (str. 93). Autor je napravio analizu svih matematičkih udžbenika u Hrvatskoj za peti razred u školskoj godini 2001./02. Cilj istraživanja bio je odrediti mogućnosti razvijanja stvaralačkog mišljenja učenika u udžbenicima petih razreda. Rezultati pokazuju da zadaci iz udžbenika ne potiču kreativnost učenika jer dominira reprodukcija i algoritam. Autor sugerira „pluralistički pristup i samostalno formuliranje zadataka“ (str. 106).

Dorčić (2002) je analizirao sadržaje matematičkih udžbenika od prvog do četvrtog razreda osnovne škole. Autor pokazuje da udžbenički sadržaj nije primjeren djeci te dobi zbog mnogih zadataka koji su daleko od svakodnevice pa izjavljuje da su takvi udžbenici posljedica problema iz tekućeg nastavnog plana i programa za matematiku u Hrvatskoj. Udžbenički zadaci riječima s kontekstom ne oslikavaju realne probleme. Primjerice, u udžbeniku za drugi razred ima 415 tekstualnih zadataka, ali samo njih 92 sadrži stvarne probleme iz svakodnevice. Autor se također tuži na manjak zadataka s mjerenjem i manjak zadataka u kojima je potrebno zaista nešto i izmjeriti. Mišurac-Zorica (2009) raspravlja o sličnoj problematici u udžbenicima od prvog do četvrtog razreda osnovne škole.

U literaturi se mogu naći i kritike na određene matematičke udžbenike uz sugestije za njihovo poboljšanje (npr. Pavleković, 2001).

Cindrić (2011) također prikazuje rezultate analize udžbeničkih sadržaja. Ona je analizirala sve odobrene matematičke udžbenike za drugi, treći i četvrti razred u školskoj godini 2009./10. Njezino područje istraživanja bili su problemi vezani uz računsku operaciju dijeljenja, posebno uz kontekstualne zahtjeve (tj. partitivno i mjerno dijeljenje). Rezultati pokazuju da se oko 90% svih zadataka o dijeljenju odnose na intramatematičke zadatke (bez konteksta). Zadaci s mjernim dijeljenjem pojavljuju se u samo 1-2% svih udžbeničkih zadataka vezanih uz dijeljenje.

Rezultati analize udžbenika također su prikazani u Glasnović Gracin (2011). Analiza je obuhvatila sva poglavlja matematičkih udžbenika od šestog do osmog razreda osnovne škole. Rezultati pokazuju da ispitanici udžbenici zahtijevaju uglavnom aktivnosti operiranja na reprodukcijskoj razini ili na razini jednostavnijih povezivanja. Rezultati također ukazuju na veliko korištenje unutarmatematičkog konteksta. Nalazi pokazuju da nastava matematike u Hrvatskoj stavlja veći naglasak na algoritme i na shvaćanje matematike kao alata ("Mathematik als Werkzeug", Heymann, 1996, str. 153) nego kao sredstva za komunikaciju ("Mathematik als Kommunikationsmedium", Heymann, 1996, str. 153). Svi ti rezultati otkrivaju tradicionalne karakteristike nastave matematike u Hrvatskoj. Glasnović Gracin (2011) zaključuje da se dobiveni rezultati analize udžbeničkih zahtjeva slažu s tekućim kurikularnim zahtjevima (Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa, 2006), kao i s tradicionalnim stavovima nastavnika matematike o matematici i nastavi matematike (Baranović i Štibrić, 2009).

## **Empirijske studije**

Rezultati empirijskih istraživanja o učeničkim stavovima prema matematici kao školskom predmetu prikazani su u matematičkom časopisu Poučak (Leljak-Pavleković, 2001). Neka od pitanja ankete odnosila su se i na matematičke udžbenike. U anketi je sudjelovalo 1200 četrnaestogodišnjaka. Njih 25% izjavljuju da se koriste samo bilježnicom za učenje matematike, 4% ih se koristi samo udžbenikom, a 51% i udžbenikom i bilježnicom. Čak 45% ispitanika je izjavilo da ne razumije sadržaje iz udžbenika.

Godine 2003. Hrvatsko matematičko društvo je provelo empirijsko istraživanje o mišljenju nastavnika o matematičkim udžbenicima od petog razreda osnovne škole do četvrtog razreda srednje škole (Mladinić, 2003). Rezultati ankete pokazuju da nastavnici matematike nisu zadovoljni kvalitetom udžbenika. Primjerice, ispitanici su se žalili na to da udžbenici svojim matematičkim sadržajima nisu usklađeni s dobi učenika. Rezultati su inspirirali Hrvatsko matematičko društvo da izda smjernice s poželjnim karakteristikama udžbenika (Mladinić, 2003). Tu se, između ostalog, preporuča da bi udžbenici trebali biti besplatni i da bi trebali imati probni period u razredu prije nego se odobre.

U 2008. godini provedeno je opsežno istraživanje o ulozi udžbenika u nastavi matematike na 987 nastavnika matematike (Glasnović Gracin i Domović, 2009; Domović, Glasnović Gracin i Jurčec, 2012a, 2012b). Rezultati pokazuju da se u Hrvatskoj matematički udžbenici u velikoj mjeri koriste za pripremu za nastavu, vježbu i domaću zadaću (97% ispitanih učitelja izjavljuju da koriste udžbenike za vježbanje). Također, matematičke sadržaje najčešće učenicima frontalnim radom prikazuju nastavnici, metodičke strategije nastavnika su često pod utjecajem udžbeničkih sadržaja, te je slijed nastavnog sata često pod utjecajem slijeda koraka u udžbeniku. U ovom istraživanju ispitanici su izjavili da su zadovoljni udžbenicima iz matematike.

Iako rezultati istraživanja od Baranović, Domović i Štibrić (2006) pokazuju da nastavnici u Hrvatskoj imaju vrlo visok stupanj autonomije u pripremanju i provedbi nastave, rezultati istraživanja o ulozi matematičkih udžbenika sugeriraju da nastavnici radije puštaju da struktura i sadržaji udžbenika kontroliraju njihovu nastavu. Ovi nalazi potvrđuju značajan autoritet udžbenika u Hrvatskoj, kao što je to slučaj i u drugim zemljama (npr. Luke i sur., 1989; Pepin i Haggarty, 2001).

## Zaključci

Rezultati istraživanja pokazuju da se matematički udžbenici koriste u velikoj mjeri i imaju važnu ulogu u nastavi matematike diljem svijeta. Stoga je potrebno istražiti sadržaje, strukturu i upotrebu matematičkih udžbenika u razredu. Istraživanja sadržaja udžbenika pokazuju da dominira model *prikaz – primjeri – zadaci za vježbu* u strukturi matematičkih udžbenika (Love i Pimm, 1996). Opservacije iz razreda i ankete pokazuju da matematički udžbenici utječu na izvođenje nastave i da nastavnik uglavnom ima ulogu posrednika između teksta i učenika. Nastavnici se najviše koriste udžbenikom za pripremu za nastavu, a učenici se udžbenikom najviše koriste za vježbanje.

Iako u Hrvatskoj nije bilo mnogo istraživanja o matematičkim udžbenicima, uvijek je postojalo zanimanje za tu temu u stručnim obrazovnim krugovima i kod šire publike. Istraživanje sadržaja udžbenika pokazuje dominaciju zahtjeva reprodukcije u zadacima (Stevanović, 2001; Dorčić, 2002; Mišurac-Zorica, 2009; Cindrić, 2011). Činjenica da matematički udžbenici imaju tako važnu ulogu zaslužuje dodatnu pažnju u području istraživanja matematičkog obrazovanja s ciljem njegova poboljšanja.